

Dans ce numéro

Le prix Nobel 2016	1
Le tord-méninges	2
La tache de Fresnel	3
La forme des flocons de neige	4
Un nouveau professeur au département de physique : Glen Evenbly	7

Nouvelles scientifiques

Le **prix Nobel de physique 2016** souligne l'importance de la **topologie** en physique de la matière condensée. Il a été accordé à trois théoriciens de la matière condensée, David J. Thouless, J. Michael Kosterlitz et F. Duncan M. Haldane, qui ont révélé l'importance de la topologie dans l'étude des matériaux.

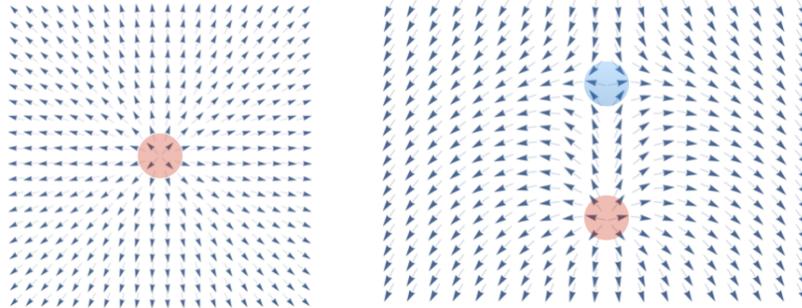


Thouless, Kosterlitz et Haldane

La topologie (du grec *topos* qui veut dire «lieu») est l'étude des propriétés des espaces ou des fonctions qui demeurent les mêmes lorsqu'on procède à des déformations continues de ces espaces ou fonctions. L'exemple classique est le *genre* d'une surface fermée en dimension 3, qui correspond au nombre d'anses dans cette surface ; ainsi, une sphère a un genre zéro, un tore (ou un beigne, pour prendre un objet familier) a un genre un, une surface en forme de «8» a un genre deux, et ainsi de suite.

Le prix Nobel 2016 célèbre plusieurs découvertes différentes par ses récipiendaires. L'une de ces découvertes est un nouveau type de changement de phase. Considérons par exemple un système physique composé de spins qui sont tous orientés dans le plan xy . Ce système peut représenter soit de vrais spins, attachés à des atomes d'un matériau, soit l'argument d'un nombre complexe en représentation polaire caractérisant, par exemple, la fonction d'onde d'une paire d'électrons en supraconductivité. La configuration de ces spins peut posséder des singularités, ou «vortex», qui sont de nature topologique (voir la partie gauche de la figure de la page suivante), c'est-à-dire qui demeurent malgré les déformations légères du champ de spin effectuées autour de leur centre. Un vortex est caractérisé par une «charge topologique», négative ou positive, qui s'obtient en comptant le nombre de tours (dans le sens antihoraire) que fait le spin quand on circule autour du vortex (également dans le sens antihoraire). Par exemple, le vortex illustré à gauche a une charge de +1. La partie droite de la figure représente plutôt une paire de vortex de charges opposées (+1 et -1). Le vortex de charge

−1 est appelé «antivortex». Il se trouve que dans les modèles où ces configurations apparaissent, l'énergie est minimisée quand les spins voisins sont parallèles, de sorte qu'un vortex porte une énergie qui diverge avec la taille du système physique étudié. Par contre, une paire vortex-antivortex possède une énergie finie, de sorte que les vortex se comportent un peu comme des particules qui s'attirent et qui peuvent, en principe, s'annihiler, telles une particule et son antiparticule. Le changement de phase découvert par Kosterlitz et Thouless se produit à une certaine température, à laquelle les vortex et les antivortex se libèrent effectivement les uns des autres et sont libres de se déplacer. On appelle généralement ce type de changement de phase une «transition de déconfinement».



Une autre découverte récompensée par ce prix Nobel, due à Haldane, a trait aux «chaînes de spins», c'est-à-dire à des matériaux magnétiques dont les spins sont couplés essentiellement le long d'une direction, comme si le matériau était, du point de vue des spins, unidimensionnel (d'où l'expression «chaîne»). Le spin total de chaque atome participant au magnétisme est le plus souvent égal à $\frac{1}{2}\hbar$, mais peut aussi être égal à un autre multiple de \hbar ($1, \frac{3}{2}, \text{etc.}$), selon le nombre d'électrons de chaque atome qui trouvent énergétiquement favorable d'aligner leurs spins afin de former un seul spin plus grand par atome. Haldane a prédit que, dans les chaînes de spins entiers ($\hbar, 2\hbar, \text{etc.}$), l'état fondamental est bien séparé en énergie du premier état excité, alors qu'il ne l'est pas dans les chaînes de spin demi-entier ($\frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, \text{etc.}$). Cette différence fondamentale entre spin entier et spin demi-entier est liée à la topologie de l'espace qui décrit les configurations de spins, un peu comme au paragraphe précédent, sauf qu'il s'agit ici de mécanique quantique, alors que le changement de phase de Kosterlitz et Thouless est plutôt décrit par la thermodynamique classique.

Nous passons sous silence ici l'importante application de la topologie qu'est l'effet Hall quantique, aussi l'objet de ce prix Nobel. Signalons enfin que des considérations topologiques sont très présentes en physique des matériaux depuis une dizaine d'années, avec la découverte des «isolants topologiques», une catégorie de matériaux qui sont isolants dans le volume, mais dont la surface est conductrice, en raison d'un effet lié à la topologie. Gardons cette histoire pour une autre fois...

Le tord-méninges

Supposons qu'on dispose d'une masse donnée d'une substance malléable de densité constante. Comment devrait-on disposer cette masse, c'est-à-dire sous quelle forme et à quel endroit, de manière à maximiser le champ gravitationnel qu'elle produit à un point donné, par exemple à l'origine des coordonnées?

(solution à la fin)

Saviez-vous que...

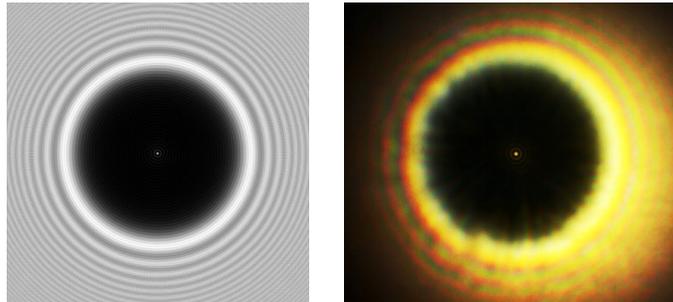
Il y a 200 ans triomphait la théorie ondulatoire de la lumière. Nous savons maintenant que les objets microscopiques ont une double nature corpusculaire et ondulatoire, chaque aspect se révélant dans des circonstances précises. Par contre, jusqu'au début du XIX^e siècle, les ondes n'avaient pas la cote et la communauté des savants adhérait à la théorie corpusculaire de la lumière, proposée par Descartes et Newton. On pouvait naturellement comprendre la propagation rectiligne de la lumière et la réfraction aux interfaces dans le cadre de cette théorie. Par contre, dès 1807, les expériences de Thomas Young sur l'interférence commencent à semer le doute dans le monde scientifique, à tel point que l'Académie des sciences de Paris lança un concours en 1818, qui devait récompenser le meilleur mémoire sur cette question.



Augustin Fresnel

Le jeune Augustin Fresnel (1788/1827) se lance dans la course, convaincu de la nature ondulatoire de la lumière. Contrairement à Young, dont il ignorait les travaux, Fresnel développe une théorie *mathématique* (et donc prédictive) de la propagation des ondes qui se base sur les idées de Huygens formulées plus d'un siècle auparavant. Il dépose un mémoire détaillé de sa théorie en 1818. L'un des partisans de la théorie corpusculaire, Siméon Denis Poisson, mathématicien et physicien de talent, démontre théoriquement que, selon la théorie de Fresnel, l'ombre causée par un objet circulaire doit comporter une tache lumineuse en son centre ; cette tache est le résultat de l'interférence constructive des ondes qui frôlent la circonférence de l'objet. Ce résultat lui paraît si évidemment absurde qu'il s'en sert pour discréditer la théorie de Fresnel.

Par contre, le président du comité chargé d'étudier les mémoires, François Arago, décide qu'on doit soumettre la question au test de l'expérience, dont il se charge lui-même. Et surprise ! la tache existe vraiment ! L'expérience requiert un certain soin, notamment une source de lumière quasi ponctuelle, mais le résultat est sans équivoque. Il va sans dire que Fresnel reçut le prix de l'Académie, en 1819. Malgré le caractère romantique de cette histoire, il semble que la découverte de la célèbre tache n'ait joué qu'un rôle mineur dans cette décision, le jury étant particulièrement impressionné par la rigueur mathématique des travaux de Fresnel et par ses talents d'expérimentateur.

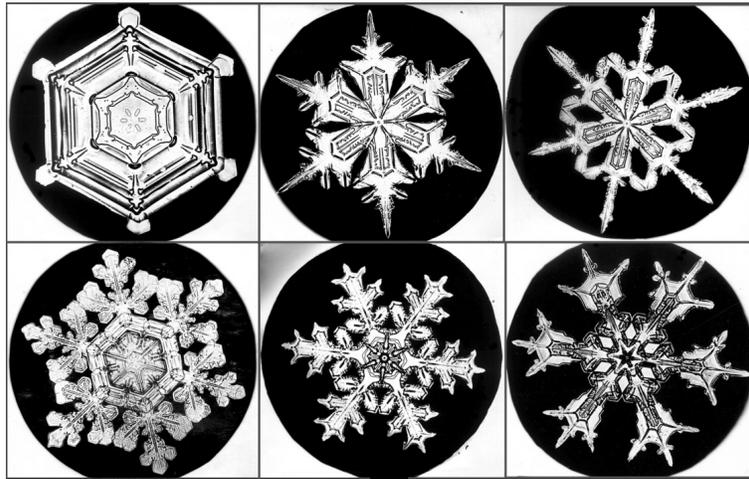


À gauche, la théorie. À droite : l'observation.

Quant à la fameuse tache, elle est généralement appelée «tache de Fresnel» en français, alors qu'en anglais on l'attribue à Poisson (*Poisson's spot*) ou à Arago (*Arago's spot*) selon qu'on préfère célébrer la prouesse mathématique ou expérimentale...

La forme des flocons de neige

On admire la belle symétrie des flocons de neige et on se demande avec raison pourquoi une symétrie si parfaite est observée en même temps qu'une si grande diversité de formes. L'objectif de ce court article est d'en offrir une explication succincte. Premièrement, la symétrie d'ordre 6 (c'est-à-dire le fait de garder la même apparence suite à une rotation de $2\pi/6$) provient des propriétés de la molécule d'eau et de ses liaisons avec ses voisins. Il n'y a qu'un petit nombre de structures cristallines possibles et le système dit «hexagonal», qui possède cette symétrie d'ordre 6, est relativement courant. Le mystère des flocons de neige ne tient pas tellement à cette symétrie d'ordre 6 qu'à la grande diversité de formes qu'on peut observer tout en maintenant cette symétrie.



photographies de flocons de neige par [Wilson Bentley](#)

Quoique le sujet ait fasciné les esprits à toutes les époques (Kepler a écrit un opuscule sur le sujet), la première étude vraiment scientifique de la question a été réalisée par le physicien japonais Ukichiro Nakaya dans les années 1930. Nakaya a observé la croissance des flocons de neige sous atmosphère contrôlée et a découvert que deux paramètres déterminent leur forme : (1) la température et (2) la concentration de molécules d'eau qui excède le 100% de degré d'humidité (ou *supersaturation*). Il est parvenu à un diagramme similaire à celui présenté à la figure 1, qui représente les types généraux de cristaux formés en fonction de ces deux paramètres. On peut faire ressortir les faits suivants :

1. Quoique la symétrie hexagonale soit générale, la forme des cristaux n'est pas toujours plane ; ce ne sont pas toujours des «flocons». En particulier, on peut observer des «aiguilles», des «colonnes creuses» et des prismes solides. On observe aussi des plaques (des objets plats) et parfois même des plaques qui croissent aux extrémités des colonnes, perpendiculairement à celles-ci.
2. La structure la plus intéressante et la plus variée comporte des «dendrites», soit des branches qui surgissent d'une plaque initiale et desquelles surgissent à leur tour d'autres branches, et ainsi de suite. Ce phénomène de «croissance dendritique» est la marque de commerce des flocons de neige.
3. La courbe indiquée sur la figure 1 représente la supersaturation typique dans un nuage dense.
4. Le plus important est que la forme précise du cristal est très sensible aux conditions ambiantes. De légères variations dans la température ou dans la supersaturation peuvent grandement affecter la forme des cristaux qui croissent en atmosphère contrôlée.

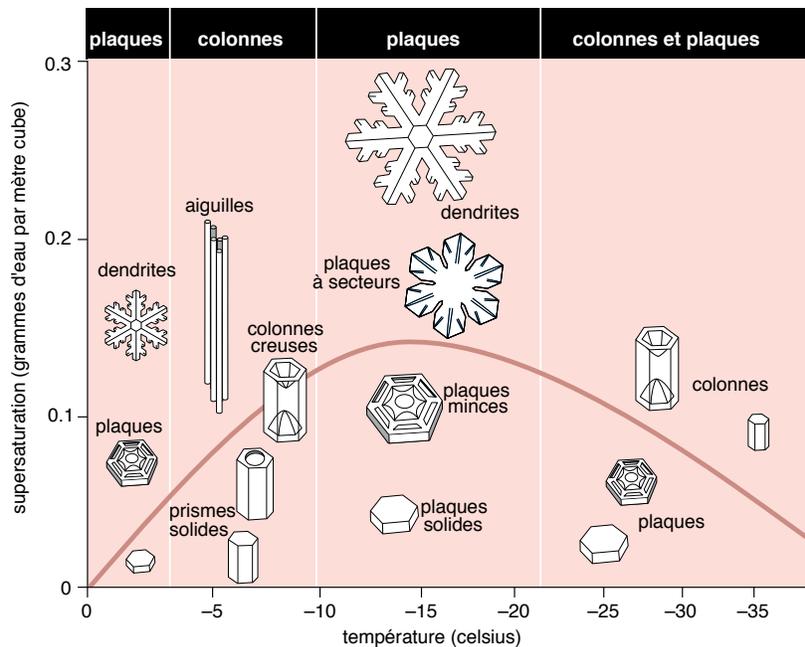


FIGURE 1 – Diagramme température-supersaturation et formes des cristaux de glace associées à chaque région. (Adapté de Libbrecht, American Scientist 95, p. 52 (2007)).

De là on peut raisonner sur la variété de formes observées : dans un nuage typique, les conditions de température et de supersaturation varient d'un endroit à l'autre. Un nuage est un ensemble de gouttelettes d'eau microscopiques en suspension dans une atmosphère saturée en vapeur d'eau. Lorsque l'air chargé d'humidité s'élève pour former un nuage, il se refroidit, les gouttelettes se forment et peuvent rester à l'état liquide bien en deçà de la température de solidification ; on dit que l'eau liquide est en état de « surfusion ». Il s'agit d'un état métastable qui va basculer vers l'état solide en présence d'une perturbation, comme la présence d'un grain de poussière, qui peut généralement initier le processus de cristallisation, typiquement autour de -6°C . La température précise dépend de la forme précise du grain de poussière. Par la suite, les molécules d'eau présentes dans la vapeur environnante viennent se greffer à ce cristal initial et le processus de croissance cristalline démarre. Les cristaux se forment aux dépens de la vapeur d'eau, qui est constamment renouvelée par l'évaporation des gouttelettes qui n'ont pas amorcé leur cristallisation.

Les conditions de croissance varient d'un endroit à l'autre du nuage, et donc varient dans le temps pour un cristal en croissance. Par contre, et ce fait est crucial, les conditions ne varient pas appréciablement sur une échelle d'un centimètre, ce qui fait que chacune des 6 faces d'un petit cristal de glace est soumise aux mêmes conditions de croissance et donc la symétrie hexagonale sera maintenue au cours de la croissance, même si les détails varient grandement d'un cristal à l'autre.

Tant que les cristaux sont petits (fraction d'un millimètre), les formes sont relativement simples (plaques hexagonales, colonnes, etc.). S'ils grossissent au-delà de cette taille, alors intervient un phénomène crucial : *l'instabilité de Mullins-Sekerka*. Il est important de comprendre que la croissance cristalline s'effectue par adjonction de molécules à une surface cristalline déjà formée. Cette croissance est déterminée par la diffusion lente des molécules d'eau dans le milieu environnant : on dit qu'elle est « limitée par la diffusion ». Si une

région du cristal s'étend plus vers l'extérieur, elle sera plus à même de collecter les molécules d'eau que les régions plus au centre, et donc va croître plus rapidement. Il s'agit d'une rétroaction positive, donc d'une instabilité, qui a tendance à créer des protubérances dans le cristal (les *dendrites*), qui à leur tour sont sujettes à des protubérances latérales, etc. C'est ce qu'on appelle la *croissance dendritique*. Les modalités de cette croissance dendritiques peuvent varier beaucoup lors de petits changements des paramètres ambiants, mais sont les mêmes sur les six faces du cristal, ce qui assure sa symétrie hexagonale.

Simuler la croissance des flocons de neige à l'aide d'un automate cellulaire

La croissance des cristaux de glace se prête bien à des simulations numériques élémentaires. Nous allons expliquer ici une méthode particulièrement simple qui produit des résultats étonnamment réalistes. Signalons premièrement que cette méthode n'est définie qu'en deux dimensions, donc suppose que les cristaux ont la forme d'une plaque avec ou sans dendrites. Elle consiste à diviser l'espace en «cellules» formant un réseau hexagonal :

1. Chaque cellule i est caractérisée par une variable positive $\psi_i(t)$ qui représente la concentration d'eau en ce point et qui dépend du temps t . Si $\psi_i \geq 1.0$ on considère que la cellule i est occupée par de la glace, sinon ψ_i représente la probabilité d'y trouver une quantité de vapeur d'eau, qui s'y condense dès que ψ_i atteint la valeur 1.
2. La méthode est itérative : elle débute par une seule cellule ayant la valeur 1 au centre, alors que toutes les autres ont la même valeur $\psi = \beta$, qui correspond en quelque sorte à la supersaturation. Ensuite, à chaque étape de l'itération, le temps t est augmenté de 1 et les valeurs de ψ sur chaque cellule sont mises à jour en fonction des valeurs sur les cellules voisines et d'un apport externe de vapeur d'eau.
3. À chaque étape (ou temps t), on sépare les cellules en deux groupes : (1) les cellules «réceptives» (R), qui sont soit glacées ($\psi_i \geq 1$) ou dont l'une des six voisines est glacée ; (2) les autres, qui sont qualifiées de «non réceptives» (NR).
4. On suppose qu'une quantité d'eau provenant de l'extérieur, γ , s'accumule à chaque itération sur les cellules réceptives. Ceci modélise la capture des molécules d'eau par les surfaces glacées. On fait donc, symboliquement

$$\forall i \in R : \psi_i(t+1) = \psi_i(t) + \gamma$$

5. On simule une diffusion des molécules sur les cellules non réceptives :

$$\forall i \in NR : \psi_i(t+1) = \psi_i(t) + \frac{\alpha}{12} \left(-6\psi_i(t) + \sum_{j \text{ voisin de } i} \psi_j(t) \right)$$

Cette dernière étape consiste à augmenter ψ_i d'une constante fois la différence entre ψ_i et la moyenne des valeurs aux sites voisins (le terme entre parenthèses est une version discrète du laplacien sur un réseau hexagonal). Ce terme a tendance à équilibrer la concentration (donc à diffuser les molécules d'eau), mais seules les cellules non réceptives comptent dans la somme sur les cellules voisines. C'est ce terme qui favorise la croissance dendritique via l'instabilité de Mullins-Sekerka.

Cet algorithme simple implique des *automates cellulaires*, c'est-à-dire des variables localisées sur un réseau régulier de positions dont la valeur évolue au cours d'un temps discret t en fonction des valeurs des variables définies sur les positions voisines. La figure 2 illustre quelques flocons obtenus à l'aide de cet algorithme. Le code C++ ayant généré ces images est disponible [ici](#). L'archive du code contient également des versions en langage Python et en langage Julia, qui sont moins rapides, mais plus faciles à mettre en place pour ceux qui sont déjà familiers avec ces langages.



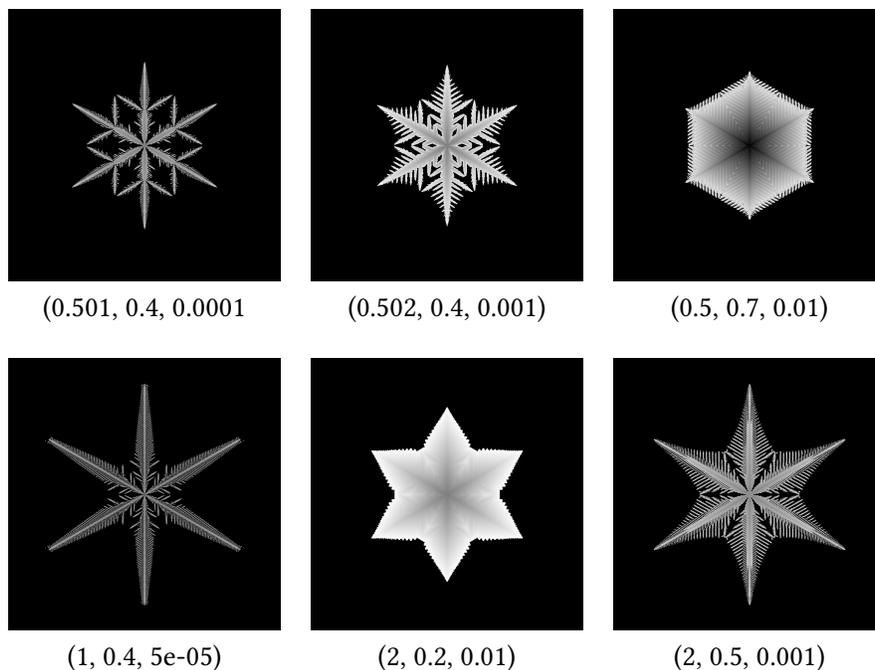
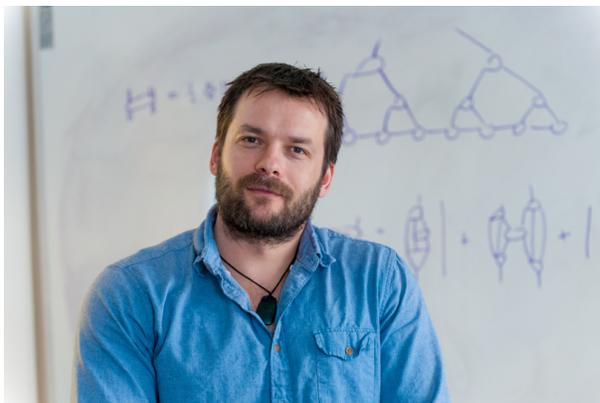


FIGURE 2 – Quelques flocons obtenus à l’aide de la simulation. Les valeurs (α, β, γ) des paramètres de simulation sont indiquées.

Un nouveau professeur-chercheur à l’UdeS



L’Institut quantique et le Département de physique comptent désormais un tout nouveau professeur : **Glen Evenbly**.

Originaire de Nouvelle-Zélande, le professeur Evenbly est un spécialiste des *réseaux de tenseurs*. Il a décidé de venir à l’Université de Sherbrooke pour une raison très simple. «C’était la meilleure place où je pouvais aller. Il y a ici de nombreux chercheurs que je connaissais déjà, des personnes avec lesquelles je voulais travailler. »

De la Nouvelle-Zélande jusqu’à l’UdeS Après avoir étudié à l’Université d’Auckland, Glen a obtenu son doctorat de l’Université du Queensland en Australie, puis a passé 5 ans en Californie pour y faire ses postdoctorats, à Caltech et à l’Université de Californie. Le physicien de 32 ans affirme avoir été séduit par les nouveaux investissements réalisés récemment en recherche par le gouvernement du Canada, un contexte de travail qu’il trouve «très vibrant en ce moment». De fait, l’embauche de Glen a été rendue possible grâce, en partie, au soutien financier du Fonds d’excellence en recherche Apogée Canada, qui appuie les activités de l’Institut quantique. Glen, cependant, admet qu’il n’a jamais vécu à un endroit où il y a de la neige. Une première qu’il expérimente désormais, les deux pieds dans le froid des derniers jours!

Cet hiver, Glen fera partie entière de la force alimentant l'Institut quantique en donnant un cours sur les réseaux de tenseurs. «Ce cours sera certainement spécial parce qu'il y aura probablement beaucoup de professeurs dans la salle!» dit-il en souriant. Il planifie l'embauche de deux stagiaires dès l'été prochain, de même que celle d'un stagiaire postdoctoral au cours de la prochaine année. «On veut que les gens aillent en science, oui, mais intéresser les personnes non scientifiques est aussi très important dans notre travail de chercheur». Voilà des mots qui inspirent...

Lorsqu'on l'interroge sur son sujet de recherche actuel, Glen répond qu'il pense à «de nouvelles idées pour les réseaux de tenseurs, à de nouvelles formules, de nouveaux algorithmes», ainsi qu'à une manière de «rendre les réseaux de tenseurs plus pratiques». Il veut surtout se concentrer sur des problèmes reliés aux matériaux quantiques, tels que l'étude des matériaux fortement corrélés ou magnétiquement frustrés.

Du côté de l'informatique quantique, le professeur Evenbly collaborera sans aucun doute avec le professeur David Poulin, qui applique les réseaux de tenseurs à des problèmes reliés aux corrections d'erreurs classique et quantique. Ces dernières consistent à encoder de l'information dans un ensemble de constituants d'un système plutôt que dans un seul de ses constituants, ce qui protège cette information, dans le cas où un constituant du système serait déficient. Qui plus est, Glen ne s'arrête pas aux matériaux quantiques et à l'informatique quantique. «Récemment, j'ai rencontré des chercheurs qui ont pensé à appliquer les réseaux de tenseurs en théorie des cordes» dit-il. Les réseaux de tenseurs sont des choses tangibles avec lesquelles on peut travailler. »

Que sont les réseaux de tenseurs ?

Pour répondre à cette question, il est nécessaire de comprendre une théorie fondamentale de la physique moderne : le groupe de renormalisation. Une logique très simple repose derrière cette théorie : à chaque étape, on fait la moyenne des détails du système. Celui-ci s'en trouve simplifié, mais son comportement global est préservé. Imaginons par exemple une chaîne d'atomes magnétiques. Ces atomes sont écartés de façon égale les uns par rapport aux autres et interagissent avec leurs premiers voisins de façon magnétique. Si on les numérote de 1 à N, le groupe de renormalisation consiste à prendre la moyenne de l'effet des atomes pairs, ne laissant que les atomes impairs, deux fois plus écartés qu'avant. Cette moyenne simplifie le système et modifie la force avec laquelle les atomes interagissent ensemble. Après cela, le système est renormalisé : l'espace entre les atomes est artificiellement divisé par deux, de façon à ce que le système final ressemble au système initial, la seule différence étant cette force d'interaction modifiée. Enfin, cette procédure est répétée jusqu'à ce que le système converge vers un certain état de la matière.

«Au sein des approches usuelles fondées sur le groupe de renormalisation, il est nécessaire de bien comprendre la physique de la situation avant de faire quoi que ce soit » explique Glen Evenbly. C'est ici que les réseaux de tenseurs entrent en jeu, car ils représentent l'opportunité d'appliquer de façon robuste le même genre d'idées à d'autres problèmes, sans nécessairement avoir la moindre connaissance préalable à leur sujet. Par ailleurs, les réseaux de tenseurs peuvent être représentés en utilisant des diagrammes dessinés à la main, ce qui offre un moyen puissant d'aborder des problèmes différemment, plus intuitivement.»



Solution au tor-d-méninges

Plaçons l'observateur à l'origine et adoptons un système de coordonnées sphériques. Supposons que le champ gravitationnel causé par l'objet à l'origine est dans la direction z . Par symétrie, on peut alors supposer que l'objet sera un solide de révolution autour de l'axe des z . On peut spécifier sa forme par une fonction $r(\theta)$ qui donne la coordonnée radiale de la surface de l'objet en fonction de l'angle polaire θ . Le volume de l'objet est fixe, puisque sa densité ρ est uniforme et sa masse est donnée. Si on procède à une variation infinitésimale de la forme de l'objet, donc à une variation infinitésimale de la fonction $r(\theta)$, alors la déformation de l'objet est caractérisée par une fonction $\delta h(\theta)$ (positive ou négative) dans la direction normale à la surface de l'objet en chaque point. Le changement de volume de l'objet est alors

$$\delta V = \int da \delta h(\theta) = 0$$

où da est l'élément de surface de l'objet. Notez que la variation du volume est nulle, car la densité est constante. Cette déformation de l'objet mène aussi à un changement dans la composante en z du champ gravitationnel à l'origine, donné par l'intégrale sur la surface du changement de l'élément de masse ($\rho da \delta h$) fois $\cos \theta$, fois $-G/r^2$. Ce changement doit être nul si on a atteint la forme optimale; autrement dit,

$$\delta g_z(0) = -G\rho \int da \frac{\delta h(\theta) \cos \theta}{r^2} = 0$$

Or ces deux équations ne peuvent être simultanément vraies que si $\cos \theta / r^2$ est une constante. Si ce n'était pas le cas, on pourrait choisir une déformation à volume constant (donc qui satisfait la première équation) qui ne satisfait pas la

deuxième. Cela signifie également que tous les éléments de masse sur la surface de l'objet contribuent d'une manière égale à $g_z(0)$. Nous sommes donc forcés d'admettre que $r^2 = a^2 \cos \theta$, où a est une constante ayant les unités d'une longueur qui ne fixe que l'échelle globale de l'objet, dont la forme est illustrée ci-dessous.

